

ش صندلی (ش داوطلب):

نام و نام خانوادگی:

سؤال امتحان درس: هندسه ۳

سال تحصیلی:

رشته: ریاضی

تاریخ امتحان:

پایه تحصیلی: دوازدهم

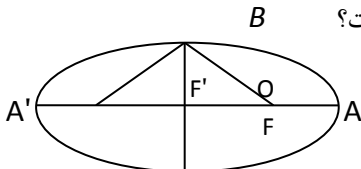
ساعت امتحان:

وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نام واحد آموزشی:

تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

| ردیف | سوال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | بارم |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} ij & i > j \\ i^2 & i = j \\ 2i - j & i < j \end{cases}$ تعریف شده باشد ماتریس $2A - 3I$ را بدست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۲    | الف) اگر $A$ را ماتریسی $3 \times 3$ باشد و $ A  = 2$ حاصل $ A $ را بیابید<br>ب) هرگاه $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ و $A^2 = A^{-1}$ ، $a$ را بیابید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱/۵  |
| ۳    | مقدار $k$ را طوری مشخص کنید که دستگاه $\begin{cases} 18x + ky = 2 \\ kx + 2y = 7 \end{cases}$ فاقد جواب باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۰/۵  |
| ۴    | جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.<br>الف) مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع $d$ و $d'$ به یک فاصله اند ..... می باشد.<br>ب) هرگاه سطح مخروطی توسط صفحه $p$ که بر محور $L$ عمود نباشد و با مولد $d$ نیز موازی نباشد قطع شود سطح مقطع یک ..... است.<br>ج) نقاط $A$ و $B$ و $C$ در صفحه مفروضند مکان هندسی نقاطی که از $A$ و $B$ به یک فاصله هستند ..... می باشد<br>وازنقطه $C$ به فاصله $K$ باشد ..... می باشد محل برخورد آن مکان هندسی ها در صورت وجود جواب مورد نظر است.                                                 | ۱    |
| ۵    | معادله ی دایره ای را بنویسید که معادله دو قطرش $3x + 2y = 1$ و $x - 2y = 3$ و دایره بر خط $3x + 4y = 4$ مماس باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱    |
| ۶    | بیضی به مرکز مبدأ مختصات بطوریکه قطرهای بزرگ و کوچک آن به ترتیب بر محورهای $x$ و $y$ منطبق باشند مفروض است و فاصله $F$ از دو نقطه $O$ و $A$ برابر ۴ است اگر خطی که در نقطه $F$ بر $AA'$ عمود کرده ایم بیضی را در نقطه $D$ قطع کند مختصات $D$ را بیابید.                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱/۵  |
| ۷    | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید<br>الف) در بیضی هر چه مقدار $\frac{c}{a}$ به صفر نزدیک شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر می شود.<br>ب) اگر بدنه داخلی یک بیضی آینه ای باشد و از یکی از کانونهای بیضی اشعه نوری بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود انعکاس نور از مرکز بیضی خواهد گذشت.<br>ج) هر شعاع نوری که از کانون سهمی به بدنه آن بتابد بازتاب آن با خط هادی سهمی موازی است.<br>د) اگر خطی را که از نقطه $F$ بر محور تقارن سهمی عمود باشد رسم کنیم و روی سهمی دو نقطه $B$ و $B'$ ایجاد شود فاصله $B$ و $B'$ ، $a$ می باشد. | ۱    |

| ردیف       | صفحه دوم                                                                                                                                                                                                                                                                                         | بارم |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۸          | در بیضی مقابل طول قطر بزرگ دو بر طول قطر کوچک است اندازه ی زاویه $FB F'$ چند درجه است؟<br>                                                                                                                      | ۱/۲۵ |
| ۹          | سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد دایره ای رسم می کنیم مختصات محل برخورد دایره و سهمی را بیابید.                                                                                                                                                                 | ۱/۵  |
| ۱۰         | معادله ی سهمی را بنویسید که کانون آن $F(۱,۱)$ و خط هادیش $y = -۳$ باشد.                                                                                                                                                                                                                          | ۱/۲۵ |
| ۱۱         | وجه های مکعب مستطیل قسمت هایی از صفحات به معادلات $x = ۱$ و $x = ۳$ و $y = ۲$ و $y = ۴$ ، $z = -۱$ و $z = ۳$ می باشد مطلوبست :<br>الف) مختصات رأسی از مکعب مستطیل<br>ب) معادله ی یک وجه<br>ج) مختصات نقطه ای از یک یال<br>د) مختصات نقطه ای که داخل مکعب مستطیل باشد و روی هیچ وجه و یالی نباشد. | ۱/۲۵ |
| ۱۲         | سوالها و پاسخ های مناسب را به هم وصل کنید.<br>الف) $y = ۳$ و $x = ۲$<br>ب) $x = -۲$<br>ج) $x = ۰$ و $z = ۰$<br>د) صفحه ی موازی صفحه $YOZ$<br>ه) محور $y$ ها<br>و) خطی موازی محور $z$ ها<br>ز) صفحه $YOZ$                                                                                         | ۰/۷۵ |
| ۱۳         | اگر $A = (۲, ۲, n)$ و $B = (۲, ۱, ۴)$ دو نقطه در فضای $R^3$ باشند و فاصله ی $M$ وسط $AB$ از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{۱۴}$ باشد $n$ را بیابید.                                                                                                                                                    | ۲    |
| ۱۴         | بردارهای $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j}$ و $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + ۲\vec{k}$ مفروضند<br>الف) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را نسبت به امتداد $\vec{b}$ بیابید<br>ب) مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تولید می شود را بیابید.                                              | ۱/۷۵ |
| ۱۵         | الف) ثابت کنید برای دو بردار $a$ و $b$ در $R^3$ داریم $ a \cdot b  \leq  a   b $<br>ب) آیا دوبردار $\vec{a} = (۲, -۱, ۳)$ و $\vec{b} = (۱, ۲, ۰)$ برهم عمودند چرا؟                                                                                                                               | ۱/۲۵ |
| ۱۶         | فرض کنید $a$ و $b$ و $c$ بردارهایی باشند که طولها ۱، ۲ و ۳ باشد که خاصیت $a + b + c = 0$ را دارند حاصل $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ را بیابید.                                                                                                                                            | ۱/۵  |
| موفق باشید |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
| ۲۰         | جمع                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 \\ 7 & 4 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{10}$$

$$PA - \mu I = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 \\ 7 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -7 \\ 0 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{15}$$

$$\frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & k \\ k & r \end{vmatrix} = 0 \quad \frac{r}{10} - k = 0 \quad \boxed{k = \frac{r}{10}} \quad (2)$$

$$1 \quad \begin{cases} rx + ry = 1 \\ x - ry = r \end{cases} \rightarrow \boxed{x=1} \rightarrow \boxed{y=-1} \quad R = \frac{|r(1) + r(-1) - r|}{\sqrt{1+1}} = 1 \quad \textcircled{2}$$

⑦ دست - ناریس - ناریس - دست (هر کدام ۰/۲۵)

The diagram shows a lens with principal foci  $F$  and  $F'$ . A ray is shown passing through the optical center  $O$  of the lens, which is the intersection of the principal axis and the lens. The ray is not deviated by the lens.

صفحه 1 ادامه دارد ←

از این طیف هندسی I شبکای (دوازدهم راجی) قرار دهیم:  $\alpha, \beta, \gamma$  10

1, 10  $F(1,1) \quad F(\alpha, \alpha+\beta) \quad \begin{cases} \alpha+\beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=0 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \alpha=1 \end{cases}$  10

$y = -3 \quad -\alpha + \beta = -3 \quad | -\alpha + \beta = -3$  10

پس:  $(x-1)^2 \wedge (y+1)$  10

1, 10  $(1,1) \quad (1,2) \quad (1,3) \quad (1,4) \quad (1,5) \quad (1,6) \quad (1,7) \quad (1,8) \quad (1,9) \quad (1,10)$  11

$z = 1$  10

$1 \leq y \leq 4$  10

$1 \leq z \leq 3$  10

1, 10  $(1,1) \quad (1,2) \quad (1,3) \quad (1,4) \quad (1,5) \quad (1,6) \quad (1,7) \quad (1,8) \quad (1,9) \quad (1,10)$  12

$b \leftarrow c \quad a \leftarrow b \quad c \leftarrow a$  10

1, 10  $M(r, \frac{n+1}{r}, r) \quad \text{OM} = \sqrt{(r)^2 + (\frac{n+1}{r})^2 + (r)^2} = \sqrt{14}$  13

$r + \frac{(n+1)^2}{r} + 9 = 14 \rightarrow (n+1)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} n=0 \\ n=-2 \end{cases}$  10

1, 10  $\vec{a}(r, r, 0) \quad \vec{b} = (-1, 1, 2)$  14

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{a \cdot b}{|a| |b|} \quad b = \frac{-r + r + 0}{1 + 1 + 4} (-1, 1, 2) = \frac{1}{4} (-1, 1, 2)$  10

$S_D = \frac{1}{4} |a \times b| = \frac{1}{4} |(4, -4, 0)| = \frac{1}{4} \sqrt{16}$  10

1, 10  $|a \cdot b| \leq |a| |b| \Leftrightarrow |a| |b| |\cos \theta| \leq |a| |b| \Leftrightarrow |\cos \theta| \leq 1$  15

$a \cdot b = (r, -1, 2) \cdot (1, 1, 2) = r - 1 + 4 = r + 3$  10

1, 10  $a + b + c = 0 \quad \begin{cases} a \cdot a + a \cdot b + a \cdot c = 0 \\ b \cdot a + b \cdot b + b \cdot c = 0 \\ c \cdot a + c \cdot b + c \cdot c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r(a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a) \\ = -(1+1+1) \\ = -3 \end{cases}$  16

$(a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a) = \frac{-(1+1+1)}{2} = -\frac{3}{2}$  10

2, 10  $\text{باستفاده از روش همکاران غیر}$

I'm